Ripasso di Matematica per il Corso di Fisica

Prof. Luca Pacher

Corso di Laurea in Farmacia

A.A. 2022/2023

11/10/2022

Contatti

Dipartimento di Scienza e Tecnologia del Farmaco

Farmacia - Chimica e tecnologia farmaceutiche

in:docenti

Home | I corsi | Iscriversi | Studiare | Laurearsi

Home / Personale / Dott. Luca Pacher

Dott. Luca Pacher

Ricercatore/Ricercatrice a tempo determinato di tipo B

Dipartimento di Fisica
SSD: FIS/01 - fisica sperimentale
ORCID: orcid.org/0000-0003-1288-4838

Contatti | Didattica | Ricerca | Attività | Ricevimento | Altri contenuti

Contatti

+39.011.670.7477
pacher@NOSPAMto.infn.it
luca.pacher@NOSPAMunito.it
Nuovo edificio, terzo piano, stanza C4
Webex: https://unito.webex.com/meet/luca.pacher
https://www.farmacia-dstf.unito.it/do/docenti.pl/Show?_id=lpacher

VCard contatti

QRcode contatti

Webex link, materiale didattico, video-registrazioni

Dipartimento di Scienza e Tecnologia del Farmaco

Farmacia - Chimica e tecnologia farmaceutiche

Home | I corsi | Iscriversi | Studiare | Laurearsi

Home / Corsi di insegnamento / Fisica (Farmacia)

2021/2022 | 2020/2021 | 2019/2020 | 2018/2019 | Altri anni...

Fisica (Farmacia)

Physics

Anno accademico 2021/2022

Codice attività didattica	STF0060
Docenti	Prof. Ezio Maina (Titolare del corso) Dott. Luca Pacher (Esercitatore)
Corso di studio	[f003-c503] laurea magistrale in farmacia - a torino
Anno	1° anno
Periodo	Primo semestre

Modalità di insegnamento

Tradizionale alla lavagna con supporto di trasparenze proiettate in aula.

In ottemperanza alle ultime direttive ministeriali le lezioni si terranno **in presenza**. In caso di aggravamento dell'emergenza sanitaria COVID-19 si passerà **al formato telematico in modalità sincrona** attraverso la piattaforma **Webex** UniTO.

Gli studenti che per motivi di salute o fragilità sono impossibilitati a seguire le lezioni in presenza potranno seguire le lezioni **da remoto in modalità sincrona** attraverso la piattaforma **Webex** UniTO. I link Webex per seguire le lezioni sono riportati di seguito.

Gli studenti possono liberamente consultare le **video-registrazioni delle lezioni e delle esercitazioni dell'anno accademico 2020/21**.

ESERCITAZIONI [Dott. Luca Pacher]

https://unito.webex.com/meet/luca.pacher

Le slides presentate a lezione sono disponibili alla voce "*Materiale didattico*" e anche al seguente indirizzo :

http://personalpages.to.infn.it/~pacher/didattica/Farmacia/2021-22/Esercitazioni

Links alle videoregistrazioni del 2020/21 :

1. Gio 15/10/2020 ore 11-13
https://unito.webex.com/recordingservice/sites/unito/recording/play/fa15908b09a9417aa5b3149e53358ba0

Orario lezioni

Lezioni: dal 12/10/2020 al 15/01/2021

Registrazione Aperta

Materiale didattico

Bacheca a

Università degli studi di Torino

Via Verdi 8 - 10124 Torino
P.I. 02099550010
C.F. 80088230018

Link Utili

Mappa del sito
Accessibilità
Note legali
Privacy e Cookie p
Amministrazione

Home | I corsi | Iscriversi | Studiare | Laurearsi

Home / Materiale didattico / Corso 8e02

Fisica (Farmacia) (STF0060)

Docente: Prof. Ezio Maina, Dott. Luca Pacher

Anno: 1° anno

Corso di studi: [f003-c503] laurea magistrale in farmacia - a torino

MATERIALE DIDATTICO

AA 2021/2022

Slide

PDF Esercitazione 01 - Ripasso di matematica per il corso NEW

AA 2020/2021

AA 2019/2020

AA 2017/2018

AA 2016/2017

AA 2015/2016

AA 2014/2015

ESERCITAZIONI [Dott. Luca Pacher]

https://unito.webex.com/meet/luca.pacher

Le slides presentate a lezione sono disponibili alla voce "*Materiale didattico*" e anche al seguente indirizzo :

http://personalpages.to.infn.it/~pacher/didattica/Farmacia/2021-22/Esercitazioni

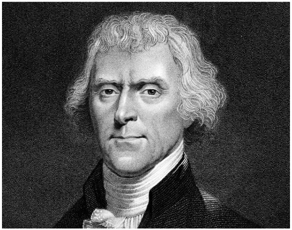
Links alle videoregistrazioni del 2020/21 :

1. Gio 15/10/2020 ore 11-13
https://unito.webex.com/recordir

2. Mar 20/10/2020 ore 11-13
https://unito.webex.com/recordir

3. Mar 27/10/2020 ore 11-13
https://unito.webex.com/recordir

Domande ?



"Anche la scienza del calcolo è indispensabile
fino all'estrazione della radice quadrata
e di quella cubica;
l'algebra lo è fino all'equazione di secondo grado;
e nei casi ordinari l'uso dei logaritmi è spesso utile.
Ma tutto quel che c'è al di là di queste operazioni è un lusso,
un lusso delizioso, invero;
ma nel quale non si deve indulgere se si ha
una professione da seguire per guadagnarsi il pane."

Thomas Jefferson

La Matematica che servirà per il nostro corso

- potenze, radici
- monomi, polinomi, algebra di base
- potenze di 10, prefissi e notazione scientifica
- formule di aree e solidi fondamentali
- angoli e trigonometria di base (Pitagora, seno, coseno, tangente)
- piano cartesiano, funzioni
- relazioni di proporzionalità diretta, inversa e quadratica
- equazioni di primo grado
- operazioni con i vettori $\rightarrow$ li vedremo nella prima "vera" esercitazione di Fisica

NON STUDIATE FORMULE A MEMORIA !

Non serve a nulla, ma soprattutto avrete la frustrazione
di non aver capito la Fisica o la Matematica che serve per esprimerla.

O peggio ancora... entrambe !

Meglio sapere che "*esiste una formula per ...*" e poi sapere dove/come andarsela a cercare !

Elevamento a potenza e proprietà delle potenze

a = **base**, n = **esponente**

$$\boxed{a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \; ... \qquad\qquad n \text{ -volte}}$$

Proprietà delle potenze

- $a^n + a^m =$ ... dipende ! Nessuna particolare proprietà
- $a^n \cdot a^m = a^{(n+m)}$ ... stessa **base** !
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ (potenza di potenza)
- $a^n / a^m = a^{(n-m)}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$... stesso **esponente** !

Due conseguenze importanti :

1. $\dfrac{a^n}{a^{n+1}} = \dfrac{a^n}{a \cdot a^n} = \dfrac{1}{a}$ ma allora ... $\boxed{a^{-1} = \dfrac{1}{a}}$ $\boxed{a^{-n} = \left(a^{-1}\right)^n = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n = \dfrac{1}{a^n}}$

2. $\dfrac{a^n}{a^n} = 1$ ma allora ... $\boxed{\dfrac{a^n}{a^n} = a^{(n-n)} = a^0 = 1}$

Esempi

- $a^3 + a^2 = (a \cdot a \cdot a) + (a \cdot a) =$ ... dipende !
- $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5 = a^{(3+2)}$
- $(a^3)^2 = (a^3) \cdot (a^3) = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a^6 = a^{(3 \cdot 2)}$
- $a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a^1 = a$ cioè ... $a^{(3-2)}$
- $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot a) \cdot (b \cdot b) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) = (a \cdot b)^2$
- $a^2/a^3 = (a \cdot a)/(a \cdot a \cdot a) = 1/a$ cioè ... $a^{(2-3)} = a^{-1} = 1/a$

N.B.

- una potenza di **esponente pari** è sempre un numero **positivo**

- una potenza di **esponente dispari** è negativa se la base è negativa

Radici

La **radice** di un numero è **<u>l'operazione inversa</u>** dell'elevamento a potenza :

$$\sqrt[n]{a} = \text{quel numero la cui potenza } n\text{-esima è uguale ad } a$$

$$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)\cdot\left(\sqrt[n]{a}\right)\cdot\left(\sqrt[n]{a}\right) \ldots\ n \text{ -volte} = a}$$

a = **radicando**, n = **indice di radice**

Da ricordare che :

- la radice di **indice pari** di un **numero negativo** ... **<u>NON ESISTE</u>** !

  es. $\cancel{\sqrt{-4}}$
- la radice di indice dispari di un numero esiste ed è unica

  $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{-27} = -3$
- esistono sempre due radici di indice pari di un numero positivo

  $x^2 = 25 \ \rightarrow\ x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$
- questo caso particolare coincide con il **valore assoluto** di un numero, $\sqrt{x^2} = |x|$

L'estrazione della radice è in realtà l'estensione dell'elevamento a potenza al caso di **esponente frazionario** :

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}}$$

Infatti :

$$(a^{n/m}) \cdot (a^{n/m}) \cdot (a^{n/m}) \ldots \ \ m\text{-volte} = (a^{n/m})^m = a^{(n \cdot m)/m} = a^n$$

Esempio :

$$\sqrt[2]{a^6} = \sqrt{a^6} = \sqrt{(a^3)^2} = \sqrt{(a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a)} = \sqrt{(a \cdot a \cdot a)^2} = (a \cdot a \cdot a) = a^3$$

cioè ...

$$\sqrt[2]{a^6} = a^{(6/2)} = a^3$$

Proprietà dei radicali

Si verificano utilizzando le potenze con esponenti frazionari.

$$\sqrt[1]{a} = a \quad ; \quad \sqrt[n]{0} = 0 \quad ; \quad \sqrt[n]{1} = 1$$

$$\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$$ da cui si ha $$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \cdots = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c \cdots}$$ (prodotto di radicali dello stesso indice)

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$ (quoziente di radicali dello stesso indice)

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$ (potenza di un radicale)

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$ (radice di un radicale)

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n \cdot b} & \text{se } a > 0 \\ -\sqrt[n]{a^n \cdot b} & \text{se } n \text{ è pari e } a < 0 \end{cases}$$

Monomio: una qualunque espressione algebrica che si presenta sotto forma di prodotto di fattori numerici e letterali

Coefficiente $\rightarrow$ $-\dfrac{4}{3}$ ab^{3} $\leftarrow$ Grado nella lettera b

$\leftarrow$ Parte letterale

identici se hanno stesso coefficiente e stessa parte letterale

$$\frac{2}{3}a^2b \quad ; \quad \frac{4}{6}a^2b \quad ; \quad 0,\overline{6}a^2b \quad ; \quad \ldots$$

simili se hanno la stessa parte letterale e diverso coefficiente

$$-8a^2bc^4 \quad ; \quad \frac{5}{7}a^2bc^4 \quad ; \quad 5,2a^2bc^4 \quad ; \quad \cdots$$

Polinomio: è una somma algebrica di più monomi <u>non simili</u>

$$2a-3b \quad ; \quad mn+2n-4 \quad ; \quad 3ab-4a+2b-9$$

binomio **trinomio**

Prodotto tra polinomi, prodotti notevoli

Il **prodotto di due polinomi** si ottiene come **somma algebrica** dei prodotti di **ciascun termine** del primo polinomio per **tutti i termini** del secondo.

Esempi :

$$(2a + ab^2)(3a^2b) = \ ... \qquad\qquad [R.\ \ 6a^3b + 3a^3b^3]$$

$$(3x + 2y)(4x - 5y) = \ ... \qquad\qquad [R.\ \ 12x^2 - 7xy - 10y^2]$$

Ricordiamo ancora alcuni **prodotti notevoli** :

1. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ "somma per differenza"

2. $(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2a \cdot b$ "quadrato di binomio"

Potenze di 10

Le usiamo per esprimere grandezze **molto grandi** oppure **molto piccole** rispetto alla "scala umana" nella quale noi viviamo :

$10^0 = 1$ $10^1 = 10$ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ .... $10^6 = 1000000$	$10^{-1} = 1/10^1 = 0{,}1$ $10^{-2} = 1/10^2 = 0{,}01$ $10^{-3} = 1/10^3 = 0{,}001$ .... $10^{-6} = 0{,}000001$ ....
10^5 (si legge "**dieci alla quinta**") **è uguale a 1 moltiplicato per 10^5** **1*100000 = 100000** **è uguale a 1.0 spostando la virgola a destra di 5 posti**	**10^{-5}** (si legge "**dieci alla meno 5**") **è uguale a 1 diviso per 10^5 1/100000 = 0.00001** **è uguale a 1.0 spostando la virgola a sinistra di 5 posti**

Multipli e sottomultipli

Multipli e sottomultipli di una certa unità di misura possono essere espressi usando **prefissi** :

Prefisso	*Simbolo*	*Fattore di moltiplicazione*
peta	**P**	10^{15}
tera	**T**	10^{12}
giga	**G**	10^{9}
mega	**M**	10^{6}
kilo	**k**	10^{3}
etto	**h**	10^{2}
deca	**da**	10^{1}

Prefisso	*Simbolo*	*Fattore di moltiplicazione*
deci	**d**	10^{-1}
centi	**c**	10^{-2}
milli	**m**	10^{-3}
micro	**μ**	10^{-6}
nano	**n**	10^{-9}
pico	**p**	10^{-12}
femto	**f**	10^{-15}

Es:

$1\ km = 10^3\ m$ $\quad$ $1\ dm = 10^{-1}\ m$ $\quad$ $1\ \mu m = 10^{-6}\ m$

$1\ Mm = 10^6\ m$ $\quad$ $1\ cm = 10^{-2}\ m$ $\quad$ $1\ nm = 10^{-9}\ m$

$1\ Gm = 10^9\ m$ $\quad$ $1\ mm = 10^{-3}\ m$ $\quad$ $1\ pm = 10^{-12} m$

$(1\ mm = 1/1000\ m = 1/10^3\ m = 10^{-3}\ m)$

Cosa ce ne facciamo ?

Consideriamo un numero, ad es. 12,43
Questo numero lo posso scrivere in varie forme equivalenti:

$$12{,}43 = \left(\frac{12{,}43}{10}\right)\cdot 10 = 1{,}243\cdot 10 = 1{,}243\cdot 10^{1}$$ ← **Posso spostare la virgola di una posizione verso sinistra moltiplicando il numero risultante per 10^1**

$$12{,}43 = \left(\frac{12{,}43}{100}\right)\cdot 100 = 0{,}1243\cdot 100 = 0{,}1243\cdot 10^{2}$$ ← **Virgola spostata di due posizioni verso sinistra numero risultante moltiplicato per 10^2**

$$12{,}43 = 0{,}01243\cdot 10^{3}$$ Fattore moltiplicativo: 10^3

Virgola spostata di 3 posizioni a sinistra

$$12{,}43 = \frac{(12{,}43\cdot 10)}{10} = \frac{124{,}3}{10} = 124{,}3\cdot 10^{-1}$$ ← **Virgola spostata di una posizione verso destra numero risultante moltiplicato per 10^1**

$$12{,}43 = 1243\cdot 10^{-2}$$

$$12{,}43 = 12430\cdot 10^{-3}$$ Fattore moltiplicativo: 10^{-3}

Virgola spostata di 3 posizioni a destra

E' possibile esprimere qualsiasi numero come il prodotto di un fattore per una potenza di dieci.

Il fattore numerico è ottenuto spostando la virgola del numero iniziale di un numero di posizioni pari al valore assoluto dell'esponente, verso sinistra se l'esponente è positivo, verso

Potenze di 10 e notazione scientifica

È la notazione che utilizzeremo per esprimere valori numerici molto grandi o molto piccoli nei calcoli :

$$\boxed{(\text{parte numerica}) \times 10^{\text{ esponente}}}$$

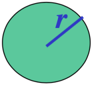
Esempi :

$$\mathbf{L = 345000\ m = 3.45\ x\ 10^{5}\ m}$$

$$\mathbf{L = 0.00038\ m = 3.8\ x\ 10^{-4}\ m}$$

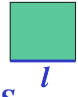
$\Rightarrow$ Faremo esercizi dedicati a questo argomento !

Superfici e volumi notevoli



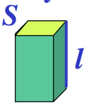
cerchio

$c = 2\pi r \qquad A = \pi r^2$



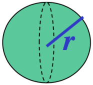
quadrato

$P = 4l \qquad A = l^2$



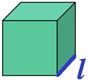
parallelepipedo

$V = S \cdot l$



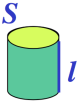
sfera

$S = 4\pi r^2 \quad V = (4/3)\pi r^3$



cubo

$S = 6l^2 \qquad V = l^3$



cilindro

$V = S \cdot l = \pi r^2 \cdot l$

- un **perimetro** si esprime sempre in **m, cm, mm**
- un' **area** si esprime sempre in **m**^{2}, **cm**^{2}, **mm**^{2}
- un **volume** si si esprime sempre in **m**^{3}, **cm**^{3}, **mm**^{3}
  (anche se... in chimica e scienze mediche si lavora con *l*, *cl*, *ml*)

ATTENZIONE alle unità di misura !

Es. Area di un rettangolo:

$A = ab = (50\ \mathrm{cm})*(1\ \mathrm{m})$

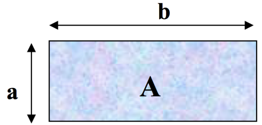
$= 50\ \mathrm{cm}*\mathrm{m}$ (da evitare!)

$= 50\ \mathrm{cm} * 100\ \mathrm{cm} = 5000\ \mathrm{cm}^2$

$\cancel{= 5000\ \mathrm{cm}}$ NO!

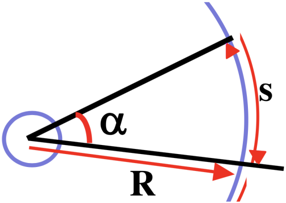
$= 0.5\ \mathrm{m} * 1\ \mathrm{m} = 0.5\ \mathrm{m}^2$

$\cancel{= 0.5\ \mathrm{m}}$ NO!



$a = 50\ \mathrm{cm},\ \ b = 1\ \mathrm{m}$

Angolo piano e radianti



angolo giro → $360^\circ \equiv 2\pi$ rad
angolo piatto → $180^\circ \equiv \pi$ rad
angolo retto → $90^\circ \equiv \pi/2$ rad

Unità di misura

- gradi, minuti, secondi
  $1^\circ = 60'$ $\quad 1' = 60''$
  es: $32^\circ\ 27'\ 38''$
- $$\alpha\ (\text{rad}) = \frac{\textbf{lunghezza arco s}}{\mathbf{R}}$$

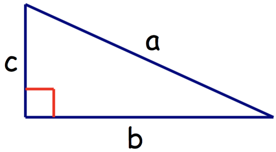
Per convertire tra gradi e radianti si può utilizzare la **semplice proporzione**

$$x \text{ rad} : y \text{ gradi} = \pi : 180^\circ$$

Sulla calcolatrice: **RAD** **DEG**

Esempio: convertire 60º in radianti

Triangoli rettangoli

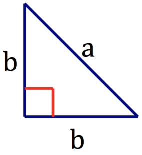


Teorema di Pitagora

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Esempio: $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

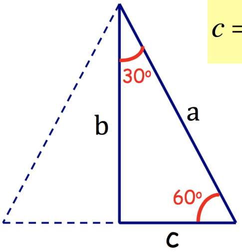
<u>Casi particolari</u>



$$a^2 = 2 \cdot b^2$$

$$a = \sqrt{2} \cdot b$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



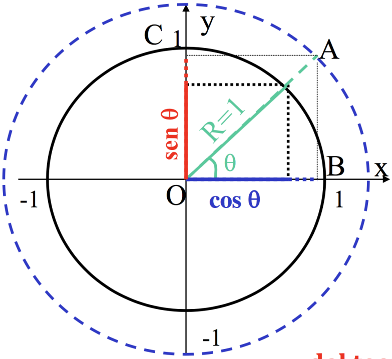
$$c = \frac{1}{2} a$$

$$b^2 = a^2 - c^2 =$$

$$= a^2 - \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = \frac{3}{4} a^2$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Trigonometria di base /1



θ	cos θ	sen θ	tg θ
0^o	1	0	0
$30^o = \pi/6$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}/3$
$45^o = \pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$60^o = \pi/3$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$
$90^o = \pi/2$	0	1	∞
$180^o = \pi$	-1	0	0
$270^o = 3\pi/2$	0	-1	∞

Per definizione: $-1 \leq \text{sen}\,\theta, \cos\theta \leq 1$

dal teorema di Pitagora: $\boxed{\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1}$

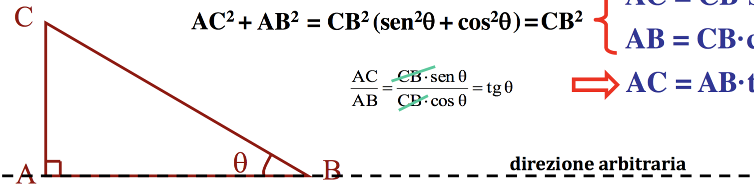
Le funzioni trigonometriche sono funzioni del solo angolo θ: se scegliamo $R \neq 1$

$$\cos\theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \qquad \sin\theta = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} \qquad \tan\theta = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} \qquad \boxed{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \text{tg}\,\theta}$$

Trigonometria di base /2

Le principali applicazioni della trigonometria per noi saranno :

- calcolo di **proiezioni parallele e perpendicolari** rispetto ad una direzione scelta (ad es. piano inclinato in Meccanica)
- descrizione dei **fenomeni di tipo periodico** (es. oscillazioni del pendolo, onde sonore ed elettromagnetiche)



$$AC^2 + AB^2 = CB^2(\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta) = CB^2 \quad \begin{cases} AC = CB \cdot \text{sen}\,\theta \\ AB = CB \cdot \cos\theta \end{cases}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\cancel{CB} \cdot \text{sen}\,\theta}{\cancel{CB} \cdot \cos\theta} = \text{tg}\,\theta \quad \Rightarrow \quad AC = AB \cdot \text{tg}\,\theta$$

AB è la proiezione di CB nella direzione parallela ad AB

AC è la proiezione di CB nella direzione perpendicolare ad AB

Funzioni e loro rappresentazione grafica

Funzione = relazione univoca tra due grandezze variabili

variabile dipendente → **$y=f(x)$** ← **variabile indipendente**

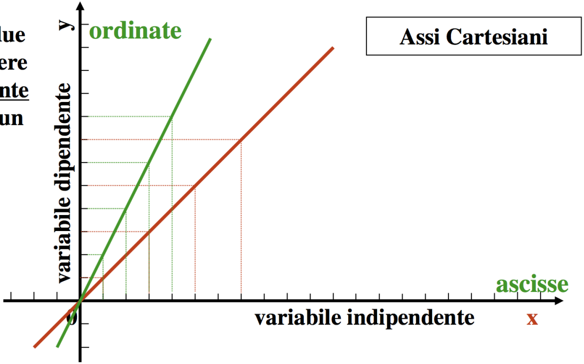
Definire la funzione $y=f(x)$ significa stabilire come varia la variabile dipendente y al variare della variabile indipendente x

La funzione che lega le due grandezze x ed y può essere rappresentata graficamente attraverso una curva in un piano cartesiano

Esempi:

$y = x$

$y = 2x$



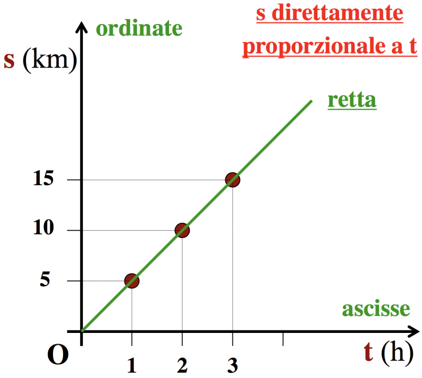
Proporzionalità lineare diretta

La **relazione** tra due grandezze fisiche può essere rappresentata in **modo <u>grafico</u>** nel **piano cartesiano (x,y)**. Due grandezze fisiche si dicono **<u>direttamente</u> proporzionali** quando il loro **<u>rapporto</u> è costante, y/x = k**

Es.: $\boxed{s = v \cdot t}$ $\quad [L] = \left[\frac{L}{\cancel{t}}\right] \cdot [\cancel{t}]$

t	s
1 h	5 km
2 h	10 km
3 h	15 km

$$v = 5\,\frac{km}{h}$$



"Proporzioni"

- *"a sta a b come c sta a d"*

$$a : b = c : d \quad \text{cioè, scritta meglio...} \quad \boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$$

- nulla di magico, sono solo normali equazioni !

$$a \cdot d = c \cdot b \quad \text{(prodotto dei medi = prodotto degli estremi)}$$

- ATTENZIONE ! Per usare una proporzione le due grandezze devono essere tra loro **DIRETTAMENTE PROPORZIONALI**

Esempio: risolvere usando le proporzioni

Mediante perfusione intravenosa vengono somministrate 50 gocce al min di soluzione fisiologica (20 gocce = 1mlitro). Dopo 30 min, quanti mlitri di soluzione sono stati somministrati ?

[R. 75 ml]

Soluzione:

Si impostano le seguenti proporzioni

a) 50 gocce : 1 min = x : 30 min da cui **x = 1500 gocce**

b) 20 gocce : 1 ml = 1500 gocce : x da cui **x = 75 ml**

Proporzionalità inversa

Due grandezze si dicono invece **inversamente proporzionali** quando il loro **prodotto è costante, $yx = k$**

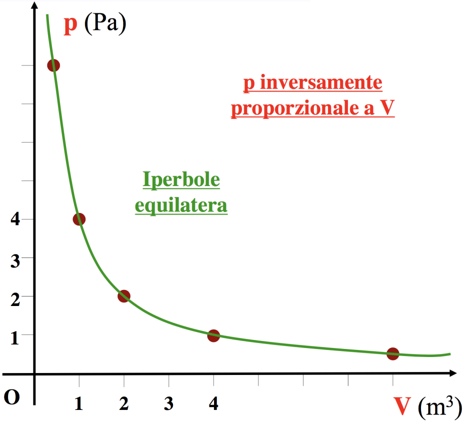
Es.: $\boxed{pV = nRT}$

con **nRT = costante**

$\Longrightarrow \quad p = \dfrac{cost}{V}$

V	p
1 m^3	4 Pa
2 m^3	2 Pa
3 m^3	4/3 Pa

cost = 4



Proporzionalità quadratica diretta

Due grandezze si dicono **quadraticamente direttamente proporzionali** quando $\mathbf{y/x^2 = k}$

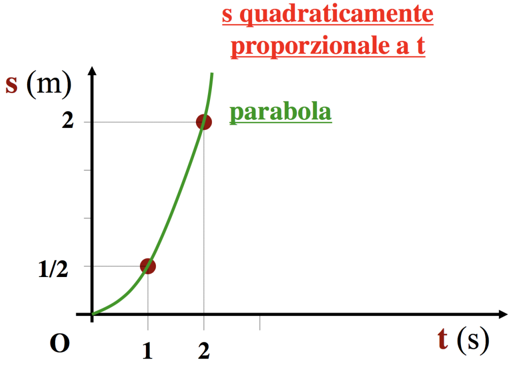
Es.:

$$\boxed{s = \frac{1}{2} a t^2}$$

$$[L] = \left[\frac{L}{\cancel{t^2}}\right]\left[\cancel{t^2}\right]$$

t	s
1 s	0.5 m
2 s	2 m

$a = 1\ m/s^2$



Esempi di funzioni in Fisica / 1^o grado

y raddoppia ***al raddoppiare di x*** ***y si dimezza***

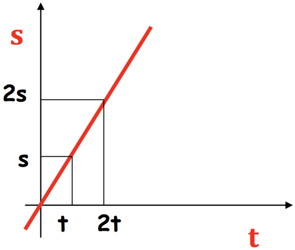
$\Rightarrow$ proporz. diretta

$s = v \bullet t$

$\lambda = c \bullet T$

$F = m \bullet a$

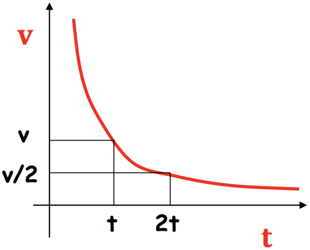
$\Delta V = R \bullet I$



$\Rightarrow$ proporz.inversa

$v = s/t$

$\lambda = c/f$



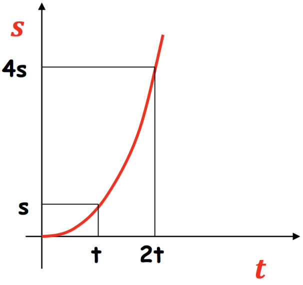
Esempi di funzioni in Fisica / 2^o grado

y quadruplica ***al raddoppiare di x*** ***y si riduce a ¼***

⇒ proporz. dir. quadr.

$s = ½\, a t^2$

$E_k = ½\, m v^2$

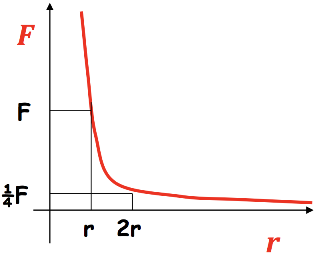


Parabola

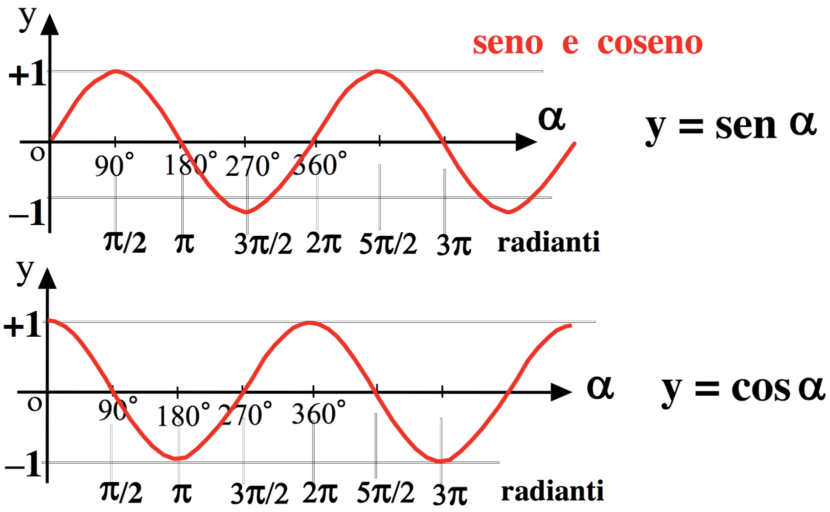
⇒ proporz .inv. quadr.

$F_g = G \bullet m_1 m_2 / r^2$

$F_e = K \bullet q_1 q_2 / r^2$

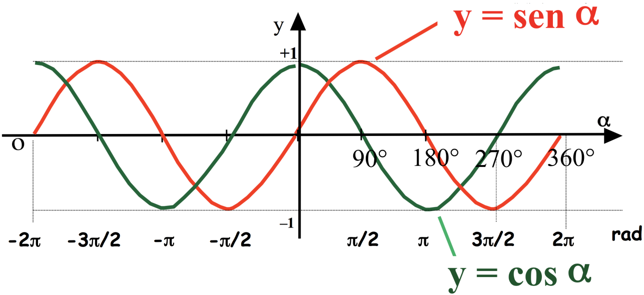


Proporz.inv.quadr



seno e coseno
y
+1
–1
o
α
90°
180°
270°
360°
π/2
π
3π/2
2π
5π/2
3π
radianti
y = sen α
y
+1
–1
o
α
90°
180°
270°
360°
π/2
π
3π/2
2π
5π/2
3π
radianti
y = cos α

Relazioni trigonometriche fondamentali



- le funzioni seno e coseno sono "sfasate" tra loro di 90 gradi :

$$\boxed{\cos\alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}$$

- il seno è una **funzione** **<u>DISPARI</u>**, il coseno una **funzione** **<u>PARI</u>** :

$$\boxed{\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha) \quad \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)}$$

Funzioni dipendenti dal tempo

- vasta classe di fenomeni della Fisica (e della vita quotidiana)
- le leggi fisiche in cui il tempo appare come variabile indipendente sono dette **Leggi Orarie**

tempo (t) = variabile indipendente

Moti (cinematica) :

$$x = x(t),\ v = v(t),\ a = a(t)$$

Oscillazioni (ovunque !) :

$$x = A\cos(\omega t)$$

Decadimenti radioattivi :

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Equazioni

"Un' aspirina 'pesa' 200 mg più metà aspirina ... quanto pesa l'aspirina ?

O meglio, se parlate con un vero Fisico ...

"Un' aspirina ha massa 200 mg più metà della massa dell'aspirina ... quanto vale la massa dell'aspirina ?

Equazioni "in Matematica"

- una "equazione" è una relazione di **uguaglianza** tra due membri che è verificata per **particolari** valori di una certa **variabile incognita** :

$$x = 200 + \frac{x}{2}$$

- un'equazione va sempre pensata come una bilancia :
  - **sommando/sottraendo** la **stessa** quantità ad entrambi i membri il risultato non cambia
  - **moltiplicando/dividendo** per la **stessa** quantità entrambi i membri il risultato non cambia
- in generale, in Matematica si considerano **NUMERI E BASTA**, cioè si risolvono... **equazioni adimensionali** !

Equazioni "in Fisica"

- Un'equazione scritta "per la Fisica" è un' equazione che lega **grandezze fisiche**
- la relazione di uguaglianza implica uguaglianza tra i due membri **<u>in tutto</u>**, quindi... **NUMERI + UNITÀ DI MISURA** !

$$x = 200\,\mathrm{mg} + \frac{x}{2}$$

Quanto pesa l'aspirina ?

$$x - \frac{x}{2} = 200\,\mathrm{mg} + \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \rightarrow x\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 200\,\mathrm{mg}$$

$$\rightarrow \frac{x}{2} = 200\,\mathrm{mg} \rightarrow \boxed{x = 400\,\mathrm{mg}}$$

Equazioni di primo grado

- le equazioni in cui la variabile incognita compare **elevata alla prima potenza**
- sono tutte riconducibili alla forma :

$$a \cdot x = b \;\rightarrow\; (\text{coefficiente}) \cdot x = \text{termine noto} \;\rightarrow\; \boxed{x = \frac{b}{a}}$$

Esempio :

$$\frac{a}{b} \cdot x + c = \frac{d}{e} + f \qquad \frac{a}{b} \cdot x + c = \frac{d}{e} + f \;\; - \qquad \frac{a}{b} \cdot x + \cancel{c} - \cancel{c} = \frac{d}{e} + f - c$$

$$\frac{a}{b} \cdot x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right)$$

$$a \cdot x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right) \cdot b \longrightarrow x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right) \cdot \frac{b}{a}$$

Esempi: risolvere le equazioni **rispetto alle variabili evidenziate**

- $3(2\mathbf{x}+5)=5+\mathbf{x}$ $\qquad [R. \quad x=-2]$
- $2a+b=\mathbf{x}-2(\mathbf{x}+b)$ $\qquad [R. \quad x=b-2a]$
- $\dfrac{1}{\mathbf{a}-c}=b$ $\qquad \left[R. \quad a=\dfrac{1}{b}+c\right]$
- $2(5-\mathbf{x})=\mathbf{x}-3(\mathbf{x}+2)$ $\qquad [R. \quad \textit{impossibile}]$
- $2(-3-\mathbf{x})=\mathbf{x}-3(\mathbf{x}+2)$ $\qquad [R. \quad \textit{sempre verificato}]$

Percentuali

Metodo "comodo" per esprimere **variazioni** (aumenti o diminuzioni) rispetto ad una situazione nota :

$$\boxed{1\% = 1/100 = 10^{-2} = 0.01} \qquad \boxed{n\% = n/100 = 10^{-2}n = 0.01n}$$

Esempi:

- **3% di 150 = 3/100 · 150 = 0,03 · 150 = 4,5**
- **20% di 10000 = 0,20 · 10000 = 2000**
- **20% di 0,003 = 0,20 · 0,003 = 2 · 10^{-1} · 3 · 10^{-3} = 6 · 10^{-4} = 0,0006**
- **200% di 1000 = 2 · 1000 = 2000**
  (raddoppiare ⇒ aumentare del 100% ⇒ passare al 200 %)

"Per mille": 1 ‰ = 1/1000 = 0.001 = 0.1%

"Parte per milione": 1 ppm = 1/1000000 = 0.000001 = 0.0001% = 0.001 ‰

ATTENZIONE !
La percentuale è **sempre relativa alla grandezza a cui si riferisce** !

Esempi:

- **3% di 150 = 3/100 · 150 = 0,03 · 150 = 4,5**
- **20% di 10000 = 0,20 · 10000 = 2000**
- **20% di 0,003 = 0,20 · 0,003 = 2 · 10^{-1} · 3 · 10^{-3} = 6 · 10^{-4} = 0,0006**
- **200% di 1000 = 2 · 1000 = 2000**
  (raddoppiare ⇒ aumentare del 100% ⇒ passare al 200 %)

"Per mille": 1 ‰ = 1/1000 = 0.001 = 0.1%

"Parte per milione": 1 ppm = 1/1000000 = 0.000001 = 0.0001% = 0.001 ‰

Simboli e abbreviazioni matematiche

$\cong$	approssimativamente uguale a
=	uguale a
≈ oppure ~	circa uguale, dell'ordine di grandezza di
≠	diverso da
> (<)	maggiore (minore) di
>> (<<)	molto maggiore (minore) di
≤ (≥)	maggiore (minore) o uguale
∝	direttamente proporzionale a
$\lvert x \rvert$	modulo (o valore assoluto) di x
Δx	variazione (aumento) di x ($x_{dopo}-x_{prima}$)
$-\Delta x$	diminuzione (o differenza) di x ($x_{prima}-x_{dopo}$)